

# História da Matemática na Educação Básica: uma experiência de ensino de equação quadrática

History of Mathematics in Basic Education:  
a quadratic equation teaching experience

Clailton Corrêa Carvalho<sup>1</sup>

 <http://orcid.org/0000-0002-9290-7157>

**RESUMO:** O trabalho apresenta uma experiência de ensino de equação quadrática desenvolvida em uma escola, em Santana, Estado do Amapá. Coletamos os dados no 2º semestre de 2018 com base em pesquisa bibliográfica e qualitativa. Também ofertamos uma oficina abordando três métodos para resolver equação do 2º grau para trinta e dois estudantes do ensino médio. Para escrever o artigo que relata uma experiência escolar, usamos o método descritivo. Os métodos de Completar o Quadrado, de Construção Geométrica e da Fórmula Geral motivaram os estudantes em querer saber mais sobre a história da álgebra e a disseminar a ideia de que a fórmula geral não foi inventada por apenas um matemático. Os estudantes gostaram do método de construção geométrica do livro de Agnesi (1748) e que neste artigo, o citamos com base em Trindade et al. (2017). O resultado sugere que para criar uma sequência didática de equação quadrática, o professor deve pesquisar livros e artigos com foco em história da matemática. Além de estudar os livros didáticos para elaborar seus textos, visando não reproduzir um conteúdo resumido e descontextualizado na sala de aula.

**Palavras-chave:** Educação Matemática, História da Matemática, Equação Quadrática, Experiência de Ensino, Ensino Médio.

**ABSTRACT:** The work presents a quadratic equation teaching experience developed at a school in Santana, State of Amapá. We collected the data based on bibliographic and qualitative research in the 2nd Semester of 2018. We also offer a workshop on three methods for solving the second-degree equation for thirty-two high school students. To write a paper that reports a school experience, we use the descriptive method. The method for Completing the Square, Geometric Construction, and General Formula motivated students to want to know more about the history of algebra and to spread the idea the general formula was not invented by feathers a mathematician. The students liked the method of geometric construction of Agnesi's book (1748), and that in this paper, we cite it based on Trindade et al. (2017). The result suggests that to create a quadratic equation didactic sequence, the teachers should research books and articles focusing on math history. Moreover, they should study the textbooks to elaborate their texts, aiming not to reproduce the summarized and decontextualized content in the classroom.

**Keywords:** Mathematics Education, History of Mathematics, Quadratic Equation, Teaching Experience, High School.

## 1. INTRODUÇÃO

A história da ciência estuda as diferentes técnicas, sociedades e conhecimentos, além da construção, transmissão e divulgação das culturas antigas até a atualidade (BELTRAN;

<sup>1</sup> Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio pelo Departamento de Educação a Distância da Universidade Federal do Amapá. Professor de matemática da Fundação Bradesco, Escola de Educação Básica e Profissional Governador Janary Gentil Nunes, no município de Santana/AP. E-mail: clailton.c@hotmail.com



SAITO; TRINDADE, 2014). Essa área de pesquisa exerce influência no ensino de ciências da natureza, matemática e suas tecnologias, considerando que a história da ciência e da matemática são citadas como recurso didático à educação básica (BRASIL, 1997; 2000; 2006; 2018), o que desperta o interesse da comunidade escolar em conhecer as pesquisas desta área.

Em um dos livros escritos por professores e pesquisadores da PUC-SP, destacou-se que esta área de pesquisa é valorizada pelos profissionais da educação no Brasil.

A História da Ciência vem sendo valorizada por professores e educadores envolvidos nos diversos níveis de ensino. Tal interesse fundamenta-se nas possibilidades que a abordagem da História da Ciência oferece para a reflexão e discussão da gênese e da transformação de conceitos sobre a natureza, as técnicas e as sociedades, bem como a análise de diversos modelos de elaboração de conhecimentos [...] (BELTRAN; SAITO; TRINDADE, 2014, p. 101).

Estes autores também esclarecem que as pesquisas em história da ciência são desenvolvidas com uso de fontes primárias e secundárias. O seu acesso na formação de professores promove uma visão crítica sobre a elaboração das teorias e dos conceitos científicos.

A interação entre a história da ciência e o ensino em diferentes níveis educacionais no Brasil, vem se desenvolvendo a partir de propostas de sequências didáticas, experiência de ensino com ênfase em logaritmos e poliedros regulares, e discussão sobre o uso da história da ciência na formação de professores (BRITO, 2016; AGUIAR, VASQUEZ, 2019; FERREIRA; FERREIRA, 2010), o que citamos para exemplificar alguns estudos.

Com relação ao surgimento da história da ciência, no livro *História da ciência para formação de professores*, os autores explicam:

Desde a institucionalização no início do século XIX, a História da Ciência constituiu-se como campo de interface entre as humanidades e ciências naturais e exatas. As mudanças nas perspectivas historiográficas da História da Ciência, verificadas a partir da década de 1930 e especialmente na segunda metade do século passado, contribuíram para a definição do caráter interdisciplinar dessa área (BELTRAN; SAITO; TRINDADE, 2014, p. 101).

A história da ciência, enquanto área interdisciplinar do conhecimento, requer um preparo específico dos profissionais da educação, tanto em estudos epistemológicos e sociológicos, assim como em relação ao domínio das linguagens de determinado período. Consequentemente, têm-se profissionais habilitados para propiciar uma educação de qualidade aos estudantes (BELTRAN; SAITO; TRINDADE, 2014).

Este artigo é resultado de pesquisa em educação matemática e dialoga com duas áreas (Educação Matemática, História da Ciência e Ensino), com objetivo de apresentar uma experiência de ensino de equação quadrática desenvolvida em uma escola pública.

A história da matemática como disciplina do ensino superior possibilita ao estudante aprender sobre a construção teórica da matemática, com base em estudos e trabalhos originais. Esse tema na formação continuada de professores de matemática também é importante, pois a história da matemática pode fundamentar a criação de produtos educacionais, por exemplo, sequências didáticas, livros ou jogos digitais, vídeos e outros, o que no Curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio da Universidade Federal do Amapá (UNIFAP), se estuda na Formação em Educação Matemática.



## 1.1. Orientações aos professores de matemática em documentos brasileiros

O professor de matemática dispõe de muitos métodos de ensino para estimular a aprendizagem escolar, e compete ao educador escolher os recursos didáticos para desenvolver as habilidades dos estudantes do ensino médio. Um dos possíveis recursos é a história da matemática, já que possibilita a reflexão sobre as estratégias para resolver problemas apresentados em diferentes contextos históricos e que são importantes para entender o porquê da invenção dos conceitos matemáticos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) recomendam o uso da História da Matemática como recurso didático desde o ensino fundamental (BRASIL, 1997: 2018), bem como para as turmas do ensino médio, com finalidade do estudante “Relacionar etapas da História da Matemática com a evolução da humanidade” (BRASIL, 2000, p. 46), conforme consta nos Parâmetros Curriculares do Ensino Médio (PCEM) e também ainda nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM), da qual destacamos a citação: “A utilização da História da Matemática em sala de aula também pode ser vista como um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos” (BRASIL, 2006, p. 86).

Miguel e Miorim (2011) comentam com relação ao PCN, que o uso da História da Matemática pode favorecer outros aspectos voltados às situações educacionais, tais como: o desenvolvimento de atitudes e valores favoráveis ao conhecimento matemático, à compreensão das relações entre a herança cultural e o progresso da tecnologia, a construção de uma visão crítica a respeito dos objetos matemáticos, além de sugestões sobre os obstáculos enfrentados pelos estudantes.

Ainda a este respeito, Mendes (2009) lembra que:

[...] um dos objetivos da Matemática no Ensino Médio é fazer com que os alunos passem a entendê-la como um processo de raciocínio no qual eles podem produzir conclusões lógicas sobre ela a partir de modelos, fatos conhecidos, propriedades e relações explicativas do seu pensamento. Conforme o alcance desse objetivo, é possível que os alunos reconheçam e apliquem o raciocínio dedutivo e indutivo na elaboração e na avaliação de conjecturas e argumentos matemáticos, seguindo seus argumentos lógicos, visando validar seu próprio pensamento (MENDES, 2009, p. 39).

Portanto, para utilizar a história da matemática como recurso didático na sala de aula, é necessário que os professores repensem a prática docente, o planejamento das aulas e sua execução na educação básica, além de desejar inovar nas aulas de matemática no ensino médio.

## 1.2. Argumentos a favor do uso da história da matemática no ensino

A matemática escolar é resultado da produção do conhecimento científico, registrado na história da matemática durante muitos séculos. Na prática docente, a história da matemática como recurso didático possibilita constatar de que forma as teorias e fórmulas matemáticas desenvolveram-se ou foram elaboradas a partir de diferentes estudos.

Na atualidade, os livros didáticos apresentam de maneira superficial, alguns fatos his-



tóricos da matemática, o que observamos na citação:

Não é muito comum encontrarmos a história da Matemática nos livros didáticos utilizados por professores e estudantes do Ensino Fundamental ou Médio do sistema educacional brasileiro. Embora esses livros incluam, muitas vezes, certas informações históricas, tais informações geralmente falam sobre figuras históricas e acontecimentos que se constituem em algo meramente sem importância para aquisição (geração/construção) do conhecimento matemático pelo estudante (MENDES, 2009, p. 76).

Contribuindo com esta discussão, Groenwald (2004) entende que a perspectiva histórica é uma proposta metodológica que proporciona ao estudante, a descoberta da origem de conceitos e dos métodos matemáticos, além de possibilitar que relacionem as ideias matemáticas apresentadas em sala de aula, com suas origens e desconstruindo a visão que a matemática é uma ciência pronta e acabada.

Tomando como referência os estudos de Chevallard e Gascón, González Urbaneja (2004) ressalta que aplicar a história da matemática no contexto escolar não é fácil, pois depende de vários fatores, como: o nível educativo, os temas e o problemas concretos e também conhecimentos históricos do professor, seu interesse pela interdisciplinaridade, bem como saber como fazer a transposição didática.

Há de se considerar ainda, que são muitos os argumentos para o uso da história da matemática na sala de aula. Por exemplo, Mendes (2009) reflete que o ensino de matemática com a abordagem histórica tornar-se um fator motivacional, conforme observa-se na citação:

[...] considero ser possível imprimir maior motivação e criatividade cognitiva às atividades de sala de aula durante nossa ação docente, pois esse modo de conceber o ensino da Matemática pode constituir-se em um dos agentes provocadores de ruptura da prática tradicional vivida até hoje nas aulas de matemática (MENDES, 2009, p. 76).

Por outro lado, Baroni, Teixeira e Nobre (2004) ressaltam que a história da matemática pode apoiar as necessidades educacionais, promover mudanças e aplicar-se para várias situações na sala de aula, a saber:

- a) apresentar a História da Matemática como elemento mobilizador em salas de aulas numerosas ou com alunos que apresentam dificuldades de aprendizagem”;
- b) usar a História da Matemática na educação de adultos, promovendo a oportunidade ao aluno de observar, ao longo da história, o esforço de pessoas para superar dificuldades semelhantes àquelas que eles possam estar vivenciando;
- c) apresentar as ideias da História da Matemática a alunos bem dotados, que possam estar se sentido desestimulados perante a classe, satisfazendo ou dando resposta a questionamentos como “o quê?”, “como?”, “quando?”;
- d) utilizar a História da Matemática como estímulo ao uso da biblioteca;
- e) humanizar a Matemática, apresentando suas particularidades e figuras históricas;
- f) empregar a História da Matemática para articular a Matemática com outras disciplinas como Geometria, História e Língua Portuguesa (expressão em linguagem, interpretação de texto, literatura);
- g) usar a dramatização ou produção de textos para sensibilizá-los sobre as realidades do passado e presente, apresentando as dificuldades e diferenças de cada época (BA-



RONI; TEIXEIRA; NOBRE, 2004, p. 172-173).

O comentário destes autores nos levam a perceber que há muitas possibilidades de aplicação dos fatos históricos na aula de matemática. Mas cabe aos professores optarem em escolher a História da Matemática como estratégia de ensino, aliada a resolução dos problemas matemáticos que são ensinados nas escolas. Além das considerações de Mendes (2009), Groenwald (2004), González Urbaneja (2004), Baroni, Teixeira e Nobre (2004) destacadas sobre o uso da história da matemática no ensino, já Gasperi e Pacheco (2007) apresentam outros argumentos favoráveis:

- 1) Compreensão da natureza e das características específicas do pensamento matemático em relação a outras disciplinas, interdisciplinaridade.
- 2) Seleção de tópicos, problemas e episódios considerados motivadores da aprendizagem matemática [...]
- 3) Possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação de seu ensino (GASPERI; PACHECO, 2007, p. 9).

Assim é imprescindível discutir sobre a relação da matemática e outras ciências e os recursos didáticos para o ensino de matemática, com fim de que os professores da educação básica reflitam sobre o planejamento de aulas, a execução e a avaliação de tópicos ensinados no ensino médio, a partir de uma prática docente que envolva a interdisciplinaridade e a história da matemática.

## 2. MÉTODO E MATERIAL

### 2.1. Os participantes da pesquisa em educação matemática

As dificuldades relacionadas ao ensino e a aprendizagem de matemática levaram os pesquisadores a dedicarem-se aos problemas educacionais, surgindo a área da Educação Matemática. Esta é uma área autônoma de investigação, na qual o foco geralmente é a percepção, análise e caracterização do ensino e aprendizagem de matemática, a sua avaliação, seus desafios, a formação de professores, os métodos de ensino, seus recursos didáticos e tecnológicos, entre outros assuntos que são discutidos no âmbito teórico ou prático.

D'Ambrosio (1993) comenta com relação a Educação Matemática:

Claro, não se pode negar que a Educação Matemática aborda todos esses e inúmeros outros desafios da Educação e, portanto, é tudo isso. Não obstante, há certas especificidades que tornam a Educação Matemática merecedora de um espaço próprio (D'AMBROSIO, 1993, p.1).

Nesta pesquisa em educação matemática participaram trinta e dois estudantes do Ensino Médio, regularmente matriculados na Escola Estadual Francisco Walcy Lobato Lima (EEFWL), instituição da rede pública de ensino que se localiza no município de Santana, no Estado do Amapá.

### 2.2. Período da oficina da pesquisa, carga horária e orientação



De 12 a 14 de novembro de 2018 realizou-se a oficina da pesquisa, com o tema: “Três métodos para resolver equação quadrática no ensino médio”, no horário vespertino em uma turma do 1º ano do Ensino Médio do Prof. Me Moacy Araújo de Oliveira Junior, que faz parte do corpo docente da EEFWL.

Ele cedeu quatro horas da sua carga horária da disciplina de Matemática à oficina da pesquisa de Carvalho (2018), vinculada ao Curso de Especialização de Ensino de Matemática no Ensino Médio do Departamento de Educação a Distância da Universidade Federal do Amapá (UNIFAP).

O projeto foi orientado a distância pela Prof<sup>a</sup> Dra Eliane Leal Vasquez durante a disciplina: Trabalho de Conclusão de Curso, e presencialmente no Laboratório de Ensino de Matemática (LABMAT) do Curso de Graduação em Matemática da UNIFAP, local em que também se reúne a equipe do Núcleo de Pesquisa História da Ciência e Ensino (NUPHCE).

### **2.3. A pesquisa qualitativa, instrumento de coleta de dados e estudo descritivo**

Neste estudo, os dados foram coletados através de um questionário que continha quatro perguntas abertas. Esse instrumento de coleta de dados foi aplicado aos estudantes da EEFWL durante a pesquisa qualitativa.

As características da pesquisa qualitativa aplicada à educação, segundo Bogdan e Biklen (1994) podem resumir-se em: 1) Tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como o principal instrumento; 2) Os dados coletados são predominantemente descritivos; 3) A preocupação com o processo é maior do que com o produto; 4) O significado que os participantes atribuem ao tema do estudo são importantes e devem ser o foco do pesquisador; 5) A análise dos dados tende a seguir um processo indutivo, na qual o pesquisador não se detém em evidências que comprovem hipóteses definidas, pois a síntese do que foi investigado se constitui com base nos dados qualitativos obtidos com os participantes do estudo.

Nesta pesquisa, buscamos dados sobre o objeto de estudo em fontes impressas e também com estudantes da EEFWL, visando obter respostas desse grupo de discentes acerca do uso da história da matemática como recurso didático na educação básica.

O resultado foi apresentado a partir de um estudo descritivo para mostrar as reflexões dos estudantes do Grupos A, B, C, D e E, com relação ao questionário respondido.

“Os estudos descritivos exigem do investigador uma série de informações sobre o que deseja pesquisar. Esse tipo de estudo pretende descrever os fatos e fenômenos de determinada realidade lógicas e de opinião”, de acordo com a análise de Trivinos (1987, p. 110).

As identidades dos estudantes foram resguardadas para garantir o seu sigilo e também para que se sentissem mais à vontade para expressar suas ideias durante a aplicação do questionário, conforme definido no critério de inclusão de participantes no projeto de pesquisa.

### 3. RESULTADO DA PESQUISA

#### 3.1. Planejamento da sequência didática à oficina da pesquisa

A inserção da história da matemática no ensino é viável, uma vez que o professor de matemática pode citar os livros de história de matemática no planejamento e sequências didáticas no ensino médio. Este tipo de estratégia de ensino desenvolve uma visão crítica sobre a construção do conhecimento matemático dos estudantes, ou seja, a compreensão de que as fórmulas foram inventadas por pessoas de várias culturas e povos.

Para Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004) uma sequência didática é um planejamento de atividades escolares, que se organiza a partir de uma situação de comunicação e objeto de aprendizagem, produção inicial, módulos da oficina e produção final, elaborada com base em um gênero textual oral ou escrito.

Outra consideração sobre a sequência didática é apresentado na citação:

A organizar uma sequência didática, pois o professor poderá incluir atividades diversas como leitura, pesquisa individual ou coletiva, aula dialogada, produções textuais, aulas práticas, etc., pois a sequência de atividades visa trabalhar um conteúdo específico, um tema ou um gênero textual da exploração inicial até a formação de um conceito, uma ideia, uma elaboração prática, uma produção escrita (BRASIL, 2012, p. 21).

Baseado nesse suporte teórico, apresentamos uma experiência de ensino de equação quadrática desenvolvida no Ensino Médio, com uso de uma sequência didática de matemática que foi elaborada na pesquisa em educação matemática.

#### 3.2. Três métodos para resolver equação quadrática no ensino médio

Nos livros didáticos adotados pelas escolas públicas (BOSQUILHA, 2003; GUELLI, 1995; BIANCHINI, 2006), geralmente, o conteúdo sobre as equações do 2º grau mostram a lei de formação, classificação e suas resoluções com uso da fórmula geral ou quadrática, e soma e produto das raízes, que se sistematizaram com base em estudos da Álgebra, como os trabalhos de Viéte, Harriot, Descartes e Girard.

Na sala de aula, o professor de matemática é influenciado pelo método proposto nos livros didáticos, quando tem que ensinar os assuntos da álgebra. Segundo Dante (2008, p. 58), a partir de “[...] 1960 costuma-se dar no Brasil, o nome de Bháskara à fórmula da resolução da equação do 2º grau, embora não seja adequado”.

A Tabela 1 sintetiza o que Bosquilha (2003) trata sobre a equação do 2º grau com uma incógnita, quando apresenta o conjunto dos números reais:



**Tabela 1:** Equação quadrática completa e incompleta  
**Table 1:** Complete and incomplete quadratic equation

Lei de Formação	Classificação
$ax^2 = 0$ , com $a \neq 0$ ; $b = 0$ ; $c = 0$ e $a \in \mathbb{R}$	Incompleta
$ax^2 + bx = 0$ , com $a \neq 0$ ; $b \neq 0$ ; $c = 0$ e $a \in \mathbb{R}$	Incompleta
$ax^2 + c = 0$ , com $a \neq 0$ ; $b = 0$ ; $c \neq 0$ e $a \in \mathbb{R}$	Incompleta
$ax^2 + bx + c = 0$ , com $a \neq 0$ ; $b \neq 0$ ; $c \neq 0$ e $\{a, b, c \in \mathbb{R}\}$ .	Completa

Fonte: Bosquilha (2003).

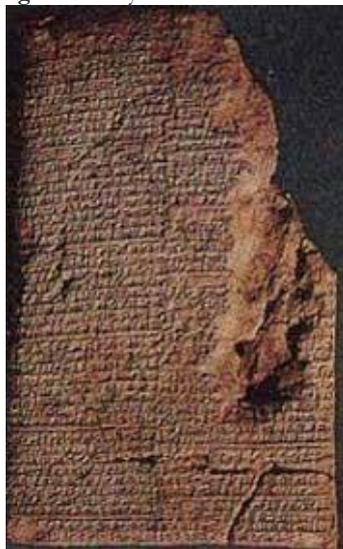
Com base em trabalhos de história da matemática sabe-se que os povos antigos tinham seus métodos para resolver problemas que envolviam a equação quadrática. Um exemplo são os registros babilônicos, escritos há mais de quatro mil anos e que também foram gravados em tabletes de argila na Mesopotâmia, conforme destacado por Boyer (2005) e Andrade (2000).

A este respeito, Andrade (2000) comenta que:

Há uma maior abundância de documentos relativos à matemática desta civilização, em virtude do material utilizado para a escrita ser diferente; em vez de papiros, os Mesopotâmios utilizavam tábuas de barro mole, as quais eram escritas com um estilete e cozidas ao sol ou num forno. Desta forma, eram mais resistentes ao tempo e, conseqüentemente, mais duradouras (ANDRADE, 2000, p. 12).

Nobre (2003) esclarece com relação à tábua babilônica BM 13901 (Figura 1), que nesta foram encontrados problemas matemáticos e suas resoluções.

**Figura 1:** Tábua babilônica BM 13901  
**Figure 1:** Babylonian tablet BM 13901



Fonte: Lagarto apud Castilho e Andrade (2013).

Um dos problemas mais comuns contido nesta tábua, segundo Roque (2012, p. 63) é

o seguinte:

Adicionei a área e o lado de um quadrado: obtive 0,45. Qual o lado? Procedimento de resolução:

- i) tome 1
- ii) fracione 1 tomando a metade (:0,30)
- iii) multiplique 0,30 por 0,30 (:0,15)
- iv) some 0,15 a 0,45 (:1)
- v) 1 é a raiz quadrada de 1
- vi) subtraia 0,30 de 1
- vii) 0,30 é o lado do quadrado.

Note que de acordo com esta citação, a resolução de um problema aritmético em culturas e ciências antigas foi desenvolvida com a explicação textual, isto é, sem uma fórmula com linguagem simbólica. É interessante saber, que a ciência matemática com sua linguagem simbólica se desenvolveu bastante com a revolução científica na idade moderna.

A este respeito, Boyer (2005, p. 25) registrou em seu livro:

Até os tempos modernos não havia ideia de resolver uma equação quadrática da forma  $x^2 + px + q = 0$ , onde  $p$  e  $q$  são positivos, pois a equação não tem raiz positiva. Por isso as equações quadráticas na antiguidade e na Idade Média, e mesmo no começo do período moderno, foram classificadas em três tipos 1)  $x^2 + px = q$ , 2)  $x^2 = px + q$  e 3)  $x^2 + q = px$  [...].

A seguir, abordaremos sobre três métodos de resolver equação quadrática, com base em fontes selecionadas para este estudo.

### 3.2.1. O método de completar quadrado na obra de Al-Khwarizmi

Na história da ciência árabe, também há estudos sobre métodos para resolver equação quadrática. Podemos citar, Abu Já'far Muḥammad ibn Musa al-Khwarizmi (Figura 2), matemático e astrônomo, ligado à Casa da Sabedoria e aos Observatórios, respectivamente, estabelecidas pelo governante Al-Ma'mun, cujo reinado iniciou em 813 (BOYER, 2005; RONAN, 2001).

Figura 2: Al-Khwarizmi

Figure 2: Al-Khwarizmi



Fonte: Mirfaces (2018).



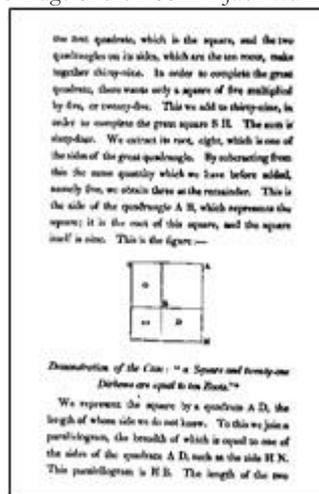
Conforme Ronan (2001), nesse período para difundir a causa mutazilita, havia necessidade de traduções de outros trabalhos gregos e alexandrinos, o que levou Al-Ma'mun a fundar, em Bagdá, a Bayt al-Hikmah ou Casa da Sabedoria. Para esta, ele recrutou um completo corpo de tradutores e também mandou importar manuscritos de Bizâncio.

Entre os séculos VIII e IX, a ciência árabe desenvolveu-se bastante, importando ideias do estrangeiro e também produzindo conhecimento científico. Nesse período, Al-Khwarizmi escreveu obras que trataram de Astronomia e Matemática (BOYER, 2005), como na área da Álgebra “sobre a solução de problemas pelas regras de complementação e redução” (KHUWARIZMĪ, 1831, p. vii).

Boyer (2005) ao abordar sobre a hegemonia árabe registrou nomes de matemáticos ligados à Casa da Sabedoria e menciona a obra *Al-jabr Wa'l muqabalah* de Al-Khwarizmi. Ele comenta que este livro chegou até a atualidade através de traduções árabe e latina, com o título *Liber algebrae et almucabola*. Também Boyer cita um trecho deste livro traduzido do latim ao inglês por Karpinski (1915), que é o *Robert of Chester's Latin translation of the Algebra of al-Khwarizmi*.

O livro *Al-jabr Wa'l muqabalah* (Figura 3) tornou-se mais conhecido após sua tradução no século XIX, além de difundir a contribuição de Al-Khwarizmi e seu método de completar quadrado passou a ser mais divulgado na história da matemática.

Figura 3: Página do Livro Al-jabr Wa'l muqabalah  
Figure 3: Page of the Book Al-Jabr Wa'lmuqabalah



Fonte: Khuwārizmī (1831).

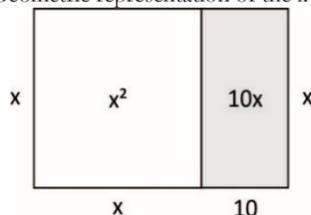
Tomando como referência ao mesmo livro que foi traduzido por Karpinski (1915), Boyer (2005) explica que o objetivo de Al-Khwarizmi era:

Compor uma breve obra sobre cálculo por (regras de) complementação e redução, restringindo-a ao que é mais fácil e útil essa aritmética, tal como os homens constantemente necessitam em casos de heranças, legados, partições, processos legais e comércios, e em todas as suas transações uns com os outros, ou onde se trata de medir terras, escavar canais, computação geométrica e outras coisas [...] (KARPINSKI, 1915 apud BOYER, 2005, p. 156).

Com relação ao livro *Al-jabr Wa'l muqabalah* de Al-Khwarizmi, Nobre (2003), esclarece que a álgebra é apresentada de forma retórica para resolução de problemas aritméticos e geométricos, com aplicação do método de completar quadrado.

Por exemplo, para resolver geometricamente, uma equação quadrática, com base no método de completar quadrado, Nobre (2003) explica que devemos proceder as seguintes etapas: Inicialmente, constrói-se um quadrado de lado  $x$  e um retângulo com um lado de mesma medida. Posteriormente, um quadrado igual a 10, conforme ilustra a Figura 4.

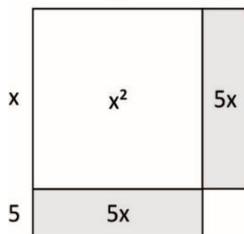
**Figura 4:** Representação geométrica de  $x^2 + 10x = 39$   
**Figure 4:** Geometric representation of the  $x^2 + 10x = 39$



Fonte: Elaborado pelo autor.

Em seguida, deve-se dividir a área do retângulo (Figura 4) ao meio e mover uma das partes do retângulo para a base do quadrado, como indica a Figura 5.

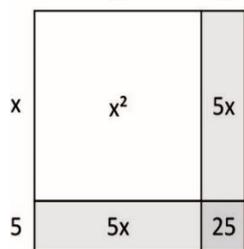
**Figura 5:** Outra representação geométrica de  $x^2 + 10x = 39$   
**Figure 5:** Another geometric representation of  $x^2 + 10x = 39$



Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim, a área total da Figura 5 será 39. No entanto, se for adicionado o quadrado que falta no seu canto inferior direito, obtém-se um quadrado maior. Note que dois retângulos têm lado medindo 5. Logo, a área do quadrado menor deve ser 25, conforme mostra a Figura 6.

**Figura 6:** Representação geométrica da última etapa do método de completar quadrado  
**Figure 6:** Geometric representation of the latter step of the complete square method



Fonte: Elaborado pelo autor.

Portanto, a área total do quadrado grande é  $39 + 25 = 64$  (Figura 6). Assim,  $x + 5 = 8$ , onde  $x + 5 = 8$ , logo  $x = 3$ . Então, mostrou-se que 3 é uma das raízes da equação quadrática,



de acordo com o método de completar quadrado, pois não se resolviam problemas de aritmético ou geométricos com quantidades negativas (NOBRE, 2003). Além de Al-Khwarizmi, outros autores da matemática medieval e renascentista desenvolveram estudos sobre a equação quadrática e outros assuntos, como Bhaskara II, Diofanto, Aryabhata I, Brahmagupta, Sridhara, Luca Bartolomeo de Pacioli, François Viète e William Oughthred (BRAZÃO et al., 2016).

### 3.2.2. O método de construção geométrica na obra de Agnesi

No século XVIII, uma mulher ganhou destaque na ciência e produção científica, a italiana Maria Gaetana Agnesi (1718-1799). Passados duzentos e noventa e seis anos do seu nascimento, em 2014, ela foi homenageada pelo Doodle do Google (Figura 7).

Figura 7: Homenagem à Agnesi

Figure 7: Homage to Agnesi



Fonte: Google (2014).

Influenciada pelo seu pai Pietro Agnesi (1690-1752), desde cedo ela mostrou interesse pelo estudo de ciência e matemática, motivo pelo qual promovia encontros com intelectuais da época. Com o passar do tempo, ela tornou-se conhecida pela publicação da obra intitulada: *Instituzioni Anallitiche Ad Uso Della Gioventu Italiana* de 1748 (TRINDADE et al., 2017).

De forma semelhante à proposta por Rene Descartes (1596-1650), na seção II deste livro, consta a resolução de equações quadráticas, no qual Agnesi usa construções geométricas para obter valores desconhecidos (TRINDADE et al., 2017), o que reforça a citação:

A resolução de equações quadráticas na obra *Instituzioni Anallitiche* consta em sua seção II – Sobre Problemas Planos e Determinados. Agnesi utiliza em sua apresentação o recurso de construções geométricas para obtenção dos valores de quantidades desconhecidas principalmente de modo similar ao proposto por Descartes em *The Geometry*, de 1637 (TRINDADE et al., 2017, p. 164).

Ainda, os autores comentam que Descartes usa proporções entre segmentos de reta e de equações algébricas, no intuito de descrever as propriedades de diferentes curvas, relacionadas a estas retas (TRINDADE et al., 2017).

Com base nessa ideia, Agnesi resolveu as equações quadráticas com uso da geometria e as divide em quatro tipos: i)  $xx + ax - bb = 0$ ; ii)  $xx - ax - bb = 0$ ; iii)  $xx + ax + bb = 0$  e

iv)  $xx - ax + bb = 0$  (TRINDADE et al., 2017).

Para resolver equações do segundo grau, tipo i e ii, Agnesi propõe a identificação dos coeficientes “a” e “b” para iniciar as construções geométricas. O método adotado por ela foi comentado, conforme a seguir:

Portanto, para  $\frac{1}{2}a$ , AB em um ângulo reto é igual a b, e com raio CA se descreve o círculo AED. Do ponto B prolonga-se a linha BD até D, passando pelo centro C; e será BE a quantidade positiva da incógnita, que é verdadeira raiz, ou a raiz positiva da equação  $xx + ax - bb = 0$ , assim como a raiz corresponde à BD será falsa ou negativa. De modo contrário, BD corresponde à raiz verdadeira, e BE à raiz falsa da equação  $xx - ax - bb = 00$  (AGNESI apud TRINDADE et al., 2017, p. 166).

Para compreender a aplicação deste método que resolve equação do 2º grau, mostraremos a resolução da equação  $x^2 - 8x - 9 = 0$  (Exemplo 1), com linguagem algébrica atual.

Primeiro, deve-se traçar um segmento AB, com medida igual a raiz quadrada do coeficiente “b” (Figura 8).

Figura 8: Construção do segmento de linha AB  
Figure 8: Construction of line segment AB



Fonte: Elaborado pelo autor.

Em seguida, a partir do ponto A, traça-se um segmento AC, perpendicular ao segmento AB, de medida igual a metade de “a” (Figura 9).

Figura 9: Construção do segmento perpendicular AC  
Figure 9: Construction of perpendicular segment AC

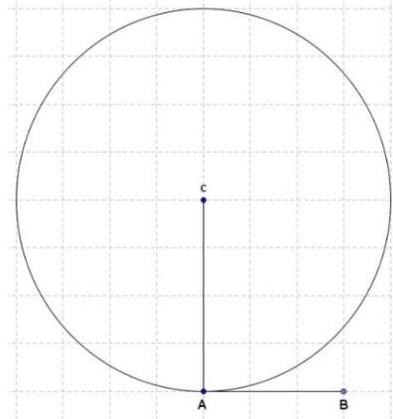


Fonte: Elaborado pelo autor.

Com centro em C e raio AC, traçar uma circunferência de raio AC (Figura 10).



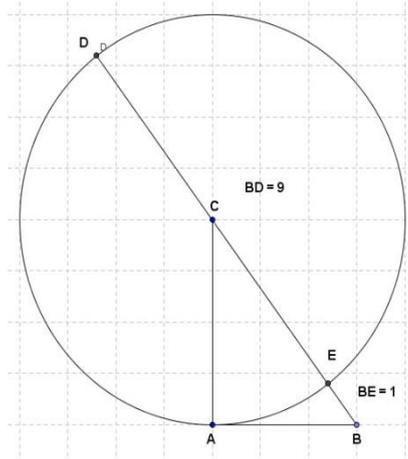
**Figura 10:** Construção da circunferência de raio AC  
**Figure 10:** Construction of radius circumference AC



Fonte: Elaborado pelo autor.

A seguir, partindo do ponto B, deve-se traçar uma reta passando pelo centro C, para definir os pontos E e D (Figura 11).

**Figura 11:** Representação final do método de construção geométrica  
**Figure 11:** Final representation of geometric construction



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 11 mostra a solução da equação  $x^2 - 8x - 9 = 0$  (Exemplo 1). Com relação aos segmentos DE e EB, pode-se inferir que o referido valor numérico é igual a medida do segmento DE, que corresponde a “ $x_1$ ”, e BE a solução negativa, ou seja, o “ $x_2$ ”, o que se analisa com base na explicação de Agnesi citada por Trindade et al. (2017). Portanto estas soluções equivalem às raízes da equação  $xx - ax - bb = 0$  (Equação ii).

Trindade et al. (2017) sugerem que o trabalho de Charles Reyneau de 1708 pode ter influenciado a Agnesi ao adotar raízes positivas e negativas, para resolver equação do 2º grau.

### 3.2.3 O método da fórmula geral para resolver equação quadrática

A forma como se calcula e ensina a resolver uma equação quadrática na atualidade deve-se em parte aos matemáticos aos François Viète, Thomas Harriot e René Descartes (Figura 12), que viveram entre os séculos XVI e XVII, entre outros que divulgaram seus estudos

em livros e possibilitaram a teorização de diferentes métodos de resolvê-la.

Figura 12: Viète, Descartes e Harriot  
Figure 12: Viète, Descartes and Harriot



Fonte: Adaptado pelo autor no Paint, com base em imagens obtidas no Google (2019) e Mathshistory (2019).

De acordo com Roque (2012), o matemático francês Viète desenvolveu axiomas, nos quais continham operações com símbolos relativos a adição, subtração, multiplicação, divisão e extração de raízes. Ele introduziu uma representação para os coeficientes da equação, sendo que cada vogal correspondia a incógnita. Também abreviou algumas palavras, no qual o traço sobre a mesma diferenciava a letra utilizada como símbolo matemático, de uma letra comum, tais como:  $\bar{p}$  equivalente a *mais* e  $\bar{m}$  a *menos*.

Guelli (1995) exemplifica alguns dos símbolos adotados por Viète para Equação do 1º e 2º grau, conforme mostra a Tabela 2:

Tabela 2: Equações expressas por símbolos  
Table 2: Equations expressed by symbols

Simbologia de Viète	Equação por extensor
A $\bar{p}$ 6 é igual a 18	$x + 6 = 18$
A2 $\bar{m}$ 5 é igual a 27	$2x - 5 = 27$
A área $\bar{p}$ A3 é igual a 0	$x^2 + 3x = 0$

Fonte: Guelli (1995).

Nas busca incessante por uma simbologia que substituísse as letras  $\bar{p}$  e  $\bar{m}$ , os matemáticos se submeteram as ideias encontradas no Renascimento, com o uso do + e -. GUELLI (1995) enfatiza que desde então foi incorporado estes símbolos a Matemática e Viète representou as incógnitas de uma Equação do 2º grau por vogais e os coeficientes literais das incógnitas por consoantes do alfabeto, sendo todas maiúsculas, por exemplo: *B in A área + C in A + D é igual a 0*.

A utilização do número zero por Viète é oriunda do povo Hindu, já que o símbolo do zero levou séculos para chegar a Europa (CAJU, 2010). Portanto Viète teve uma participação intensa na renovação do simbolismo e na resolução de equações quadráticas, assim como o matemático inglês Harriot, que instituiu o sinal de igualdade (=) e por ter apresentado uma nova forma às potências das incógnitas, como *A área* por *AA*.

A Tabela 3 mostra um quadro comparativo entre as simbologias para equações do 2º grau, considerando notações de: Viète, Harriot e Descartes.



**Tabela 3:** Diferentes símbolos para representar a equação quadrática  
**Table 3:** Different symbols to represent the quadratic equation

Simbologia de Viète	Simbologia de Harriot	Simbologia de Descartes
$A \text{ área é igual a } 50$	$AA = 50$	$x^2 = 50$
$A \text{ área } \bar{m} A2 \bar{p} 1 \text{ é igual a } 0$	$AA - A2 + 1 = 0$	$x^2 - x \times 2 + 1 = 0$
$B \text{ in } A \text{ área} + C \text{ in } A + D \text{ é igual a } 0$	$B \text{ in } AA + C \text{ in } A + D = 0$	$x^2 \times A + B \times x + C = 0$

Fonte: Guelli (1995).

A Tabela 3 evidencia as diferenças entre as simbologias adotadas por Viète, Harriot e Descartes para referirem-se as equações do 2º grau, mostrando a transformação dos seus símbolos matemáticos. Na simbologia de Viète observa-se a presença de palavras, mesclado com símbolos, enquanto que por Harriot e Descartes eram constituídas apenas por símbolos.

Os livros didáticos de matemática utilizados pelos professores na educação básica, para turmas de 9º ano, apresentam outra notação ( $ax^2 + bx + c = 0$ , com  $a \neq 0$ ) e propõem resolvê-la através da aplicação da fórmula geral de resolução da equação do 2º grau, isto é,  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015).

Observe na Tabela 4, a dedução da fórmula geral e um exemplo de resolução da equação  $x^2 + 8x - 9 = 0$ :

**Tabela 4:** Dedução da fórmula geral da equação quadrática e resolução de um exemplo para o ensino médio  
**Table 4:** Deduction of general formula of the quadratic equation and resolution of an example for high school

Deduzindo a fórmula geral	Resolvendo um exemplo
$ax^2 + bx + c = 0$	$x^2 + 8x - 9 = 0$
$ax^2 + bx = -c$	$x^2 + 8x = 9$
$4.a.(ax^2 + bx) = 4.a.(-c)$	$4.1.(x^2 + 8x) = 4.1.(9)$
$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$	$4x^2 + 32x = 36$
$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = -4ac + b^2$	$4x^2 + 32x + 8^2 = 36 + 8^2$
$(2ax + b)^2 = -4ac + b^2$	$(2x + 8)^2 = 100$
$\sqrt{(2ax + b)^2} = \sqrt{-4ac + b^2}$	$\sqrt{(2x + 8)^2} = \sqrt{100}$
$2ax + b = \sqrt{-4ac + b^2}$	$2x + 8 = \sqrt{100}$
$2ax + b = \pm \sqrt{-4ac + b^2}$	$2x + 8 = 10$
$x = -\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$2x + 8 = \pm 10$
	$x = \frac{8 + 10}{2} = \frac{18}{2} = 9$
	$x = \frac{8 - 10}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Logo, a fórmula geral ou quadrática para determinar a solução de uma equação do 2º grau pode ser representada por:  $x = -\frac{b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ , onde  $\Delta = b^2 - 4ac$  é denominado de discriminante.

Portanto, a história evidencia que as formas de resolver as equações quadráticas mo-



dificaram-se ao longo dos séculos até chegar a invenção da fórmula geral, a qual hoje é ensinada na educação básica.

### 3.3. O questionário aplicado durante a oficina de matemática

Como parte das atividades da pesquisa, o que envolveu o levantamento de fontes sobre o tema, além do texto elaborado para Oficina, uma atividade de matemática foi aplicada aos estudantes do ensino médio, com as seguintes questões abertas do questionário:

- 1) Você gostou da oficina com o tema “História da Equação do 2º grau no Ensino Médio”? Por quê?
- 2) Considerando que há vários métodos para resolver uma equação do 2º grau, como o método de Descartes usado também por Agnesi, o método de completar quadrado, o método da fórmula geral ou quadrática, a quem os livros didáticos geralmente atribuem a sua sistematização apenas ao Bhaskara. O que você achou de saber, que existem diferentes maneiras de se resolver uma equação quadrática?
- 3) Cite pontos positivos e negativos da oficina ministrada;
- 4) Você gostaria que outros professores da sua escola, ensinassem os conteúdos de matemática, com abordagem da História da Matemática? Justifique a sua resposta.

### 3.4. Discussão do questionário respondido pelos estudantes do ensino médio

Neste momento trataremos de descrever a discussão do resultado da pesquisa, com base na atividade aplicada na oficina. A Tabela 5 mostra as respostas dos estudantes da EEFWL em relação à estratégia de ensino aplicada na execução da Oficina da Pesquisa.

**Tabela 5:** Respostas dos estudantes a primeira pergunta  
**Table 5:** Students' answers to the first question

Identificação	Resposta da atividade da oficina
Grupo A	Sim, pois a apresentação histórica foi bem feita, o professor é interativo e legal.
Grupo B	Sim, da maneira que o trabalho foi apresentado, pois gera novos conhecimentos através da história.
Grupo C	Sim, gostamos muito do método utilizado por Agnesi, além do que aprendemos que não foi Bhaskara quem criou a fórmula que se tem hoje.
Grupo D	Sim, pois aprendemos coisas novas como a inovação da fórmula resolutiva da equação do 2º grau, que antes conhecíamos como “fórmula de Bhaskara”, além de como era a forma antiga de descobrir a solução de uma equação do 2º grau.
Grupo E	Sim, gostamos muito porque nos conta a história da matemática e sobre a história dela no passado, quem criou as fórmulas, quem contribuiu para resolver as equações quadráticas, com base em estudos da álgebra como os trabalhos de Viète, Harriot e Descartes.
Grupo F	Sim, porque conseguimos compreender melhor por estudarmos isso.

Fonte: Elaborado pelo autor.

De modo geral, os grupos A, B, C, D, E e F manifestaram-se favoráveis ao modo como foi ministrada a oficina. O grupo E na sua resposta, destacou a contribuição dos matemáticos Viète, Harriot e Descartes para obtenção da fórmula resolutiva da Equação do 2º grau.

No que tange o uso da história da matemática como recurso didático, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997, p. 34) destacam:



Em muitas situações, o recurso da história da matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, em especialmente para dar respostas aos “porquês” e, desse modo, contribuir para a construção de um olhar mais crítico sobre os objetos do conhecimento.

O desenvolvimento de uma visão crítica nas aulas de matemática citada na citação, também é apontada pelo grupo C, quando observamos na segunda parte de sua resposta: “[...] além do que aprendemos que não foi Bhaskara quem criou a fórmula que se tem hoje”, conforme dados que constam na Tabela 5.

Ainda, a Tabela 5 indica a maneira como os fatos históricos foram apresentados aos estudantes na realização da oficina, o que implicou resultados positivos em relação à aprendizagem de equação do 2º grau, o que foi relatado pelos grupos A e B.

Fiorentini (1995) pondera com relação aos professores de matemática, a existência de dois grupos, o primeiro que concebe a matemática como a-histórica, e outro numa perspectiva de ciência viva, dinâmica e que tem a sua história.

Há de considerar que, o tema desta pesquisa insere-se no grupo dos professores que valorizam a história da matemática na sala de aula.

A tabela 6 sintetiza as respostas da 2ª questão da atividade proposta, no qual visava conhecer o que os estudantes pensavam sobre outras maneiras de resolver as equações quadráticas.

**Tabela 6:** Respostas dos estudantes a segunda pergunta

**Table 6:** Students' answers to the second question

Identificação	Resposta da atividade da oficina
Grupo A	É bem legal, porque tem mais de uma maneira de resolver as questões.
Grupo B	Foi algo interessante e enriquecedor. Principalmente por saber que a forma nem sempre foi assim, e que ela se modificou através dos séculos.
Grupo C	Muito interessante os métodos e o professor explicou muito bem.
Grupo D	Interessante, porque não sabíamos que havia outras maneiras de resolver equações do 2º grau.
Grupo E	Achamos que existe certa facilidade em resolver nestes métodos, além de ser mais interessante.
Grupo F	Bem legal e simples.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O fato que mais chamou a atenção nesta etapa da pesquisa foi à opinião do grupo D: “Interessante, porque não sabíamos que havia outras maneiras de resolver equações do 2º grau”, o que se verifica na Tabela 6. A resposta deste grupo de estudo leva-nos a perceber, que os estudantes do ensino médio que participaram da pesquisa, tinham apenas estudado uma maneira de resolver equação quadrática, com base no método tradicional de ensino de matemática na educação básica, que privilegia a fórmula geral.

Mizukami (1986, p. 2) comenta sobre como o ensino se desenvolve, quando o aluno é considerado como um adulto em miniatura:

Como se sabe, o adulto, na concepção tradicional, é considerado como homem acabado, ‘pronto’ e o aluno um ‘adulto em miniatura’, que precisa ser atualizado. O ensino será centrado no professor, o aluno apenas executa prescrições que lhe são fixadas por autoridades exteriores.

No entanto, a história da matemática deve ter o seu espaço no ensino, pois proporciona aos alunos, o ensino significativo. Nesse sentido, Gutierre (2003, p. 23) reforça que:



De nossa parte, acreditamos que a História da Matemática deva ter um lugar no ensino da Matemática, pois o professor que lança mão desse recurso pode prestar grande auxílio nas aulas, resgatando, além de aspectos inerentes a algumas demonstrações, o estímulo a imaginação e a criatividade do aluno.

Nesse contexto, insere-se a resposta do grupo E: “Achamos que existe certa facilidade em resolver nestes métodos, além de ser mais interessante”. Enquanto que, o grupo A acredita que: “É bem legal, porque tem mais de uma maneira de resolver as questões”. Por outro lado, os grupos B, C e F não justificaram as suas respostas.

A 3ª questão possibilitou aos estudantes citar pontos positivos e negativos da oficina ministrada, conforme detalha a Tabela 7.

**Tabela 7:** Respostas dos estudantes a terceira pergunta

**Table 7:** Students' answers to the third question

Identificação	Resposta da atividade da oficina
Grupo A	Fato positivo é que nós aprendemos que a Agnesi pegou o método de Descartes e aprimorou fazendo assim o próprio método dela.
Grupo B	O ponto negativo foi a aula ter uma carga horária baixa, deixando os pontos corridos. Como ponto positivo, a aula foi muito bem explicada, divertida e gratificante.
Grupo C	O ponto positivo foi que aprendemos que a fórmula de Bhaskara não pertence a ele, mas sim a um grupo de matemáticos. O negativo é que a matemática de antes é mais complexa.
Grupo D	Pontos positivos: A interação com os alunos, a boa explicação e o assunto. Negativos: Não observamos pontos negativos.
Grupo E	Os pontos negativos são os fatos não conhecidos pelos alunos, o que faz ser mais difícil de entender. Mas, tem certos pontos positivos, que é o fato de ter certa facilidade em resolver (digo em ser menor e mais rápido).
Grupo F	Uma aula ótima, assim a turma aprende a história da matemática e como surgiram as fórmulas.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Diante de duas manifestações citadas na Tabela 7, notou-se que o embasamento histórico nas aulas de matemática é uma ferramenta que proporciona a interação e diversão, tornando o ensino gratificante, como afirmam os grupos B e D.

Além disso, o grupo F ponderou que este tipo de aula de matemática contribui à reflexão acerca da construção de determinadas fórmulas utilizadas hoje. A esse respeito, Mendes (2009, p. 111) destaca: “[...] o conhecimento histórico contribui para que os estudantes reflitam sobre a formalização das leis matemáticas a partir de certas propriedades e artifícios usados hoje e que foram construídos em períodos anteriores ao que vivemos”.

Por outro lado, percebe-se que a história da matemática como recurso didático, requer dos professores de matemática que utilizem maior carga horária para planejar e ministrar uma aula com abordagem histórica, reflexão que foi indicada de forma implícita pelo grupo B. Além disso, o grupo E também fez sua reflexão nesse sentido, quando o ministrante da Oficina apresentou fatos e ideias relativas aos modos de resolver Equação do 2º grau, que não eram conhecidos por eles.

Também, o grupo E destacou como aspecto positivo em relação a maneira como a Oficina foi executada, no que se refere ao uso do método de construção geométrica de que trata a obra de Agnesi, como sendo uma forma rápida de obter a solução de uma equação quadrática.

Quando questionados se gostariam que os professores de matemática ensinassem os conteúdos por meio de abordagem histórica, os grupos apresentaram as respostas que constam na Tabela 8:



**Tabela 8:** Respostas dos estudantes a quarta pergunta  
**Table 8:** Students' answers to the fourth question

Identificação	Resposta da atividade da oficina
Grupo A	Sim, pois seria interessante aprender mais sobre a história da matemática e aprender como eram feitas as equações antigamente.
Grupo B	Sim, pois outros aprenderíamos coisas novas e interessantes.
Grupo C	Sim, seria mais legal e interessante, pois na época em que eles desenvolveram a fórmula não tinham muitos recursos.
Grupo D	Não, nós gostamos mais da prática de resolver contas. Porém gostei dessa.
Grupo E	Sim, pois facilita a forma de resolver e compreender a matemática, além de ser menos complicado e mais fácil.
Grupo F	Sim, pois todos teriam uma noção de como começou a história das fórmulas que se têm hoje.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Tabela 8 observa-se que os grupos A, B, C, E e F expressaram opiniões semelhantes em relação a última pergunta da atividade proposta na Oficina. Os grupos A e F acreditam que a história da matemática proporciona a aprendizagem de como desenvolveram-se os métodos para resolver equação do 2º grau em outros séculos e a noção sobre como foram inventadas as fórmulas matemáticas.

Outro aspecto importante foi apontado pelo grupo E, ao aplicar o método de construção geométrica que usa Agnesi (TRINDADE et al., 2017), na realização da Oficina. Os estudantes deste grupo avaliaram que este método é mais fácil para entender como obter as raízes de uma equação do 2º grau.

A Tabela 8 mostra que os grupos A, B, C, E e F desejam que outros professores trabalhem com história da matemática na sala de aula, o que indica um interesse dos estudantes em conhecer como as fórmulas estudadas no ensino médio foram criadas e passaram a ser ensinadas nas escolas.

Em contrapartida, o grupo D foi o único que respondeu que não deseja que os professores usem a história da matemática como estratégia de ensino, o que mostra que o método de resolução de problemas é bem aceito na aula de matemática por uma parte dos estudantes do ensino médio.

Por outro lado, há de se considerar que a matemática como disciplina da educação básica, ela faz parte da “[...] vida do homem desde os tempos antigos, por isso, é necessário que se utilize a História da Matemática, no processo de aprendizagem matemático, para que esta ferramenta instigue e possibilite um melhor entendimento do estudo matemático” (SANTOS et al., 2011, p. 1).

Com base nas respostas dos estudantes à atividade de matemática aplicada na Oficina, pode-se perceber o interesse dos estudantes da EEFWL em conhecer a história da matemática, principalmente no que se refere a História da Álgebra, na qual a história da equação do 2º grau é apenas um de seus assuntos. Também os estudantes do ensino médio mostraram-se interessados que seus professores ensinem os conteúdos matemáticos, considerando não somente as técnicas e os métodos de cálculos, mas a sua história em relação aos problemas matemáticos que dependem da resolução de uma equação quadrática.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os Métodos de Completar Quadrado, Construção Geométrica e da Fórmula Geral para resolver equação do 2º grau motivaram os estudantes do ensino médio em desejar saber mais sobre a História da Álgebra e disseminar a ideia de que a fórmula geral não foi inventada por



somente um matemático.

Na oficina apresentou-se a sequência didática elaborada com a abordagem histórica aos estudantes do ensino médio, o que possibilitou um momento de interação com os estudantes e ainda de reflexão sobre o tema da pesquisa em educação matemática. Eles expuseram oralmente suas percepções acerca do método mais aceito pelo grupo pesquisado, neste caso, o Método de Construção Geométrica utilizado por Agnesi no seu livro.

O resultado sugere que para elaborar uma sequência didática envolvendo a história da matemática, os professores devem pesquisar em diferentes tipos de fontes, como livros didáticos de matemática, artigos, livros de história da matemática e outros trabalhos digitais ou impressos para criar seus próprios textos. E desta forma oportunizar o acesso aos assuntos da ciência matemática nas escolas públicas para além do que está escrito nos livros didáticos da educação básica.

## REFERÊNCIAS

- AGUIAR, J. S.; VASQUEZ, E. L. Leonhard Euler (1707-1783) e estudo da fórmula de poliedros no ensino médio. In: SILVA, E. C. (Org.). **Ensino Aprendizagem de Matemática**. Ponta Grossa: Atena, 2019. Vol. 1, p. 98-115.
- ANDRADE, B. C. **A Evolução Histórica da Resolução das Equações do 2º Grau**. 2000. 116f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Porto. 2000.
- ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando Matemática**. 4.ed. São Paulo: Ed. Brasil, 2015. (Coleção Praticando Matemática, Vol. 9).
- BARONI, R. L. S.; TEIXEIRA, M. V.; NOBRE, S. A investigação científica em história da matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em educação matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 164-185.
- BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDADE, L. S. P. **História da Ciência para Formação de Professores**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014.
- BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDADE, L. S. P. **História da Ciência: Tópicos atuais 4**. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2016. p. 11-32.
- BIANCHINI, E. **Matemática**. 6.ed. São Paulo: Moderna, 2006.
- BICKMAN, L.; ROG, D. J.; HEDRICK, T. E. Applied research design: a practical approach. In: BICKMAN, L.; ROG, D. J. (Ed.) **Handbook of Applied Social Research Methods**. Thousand Oaks: Sage Publications, 1997. p. 5-37.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos**. Trad. de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Moutinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.
- BOSQUILHA, A. **Mini Manual Compacto de Matemática: Teoria e prática**. 2.ed. rev. São Paulo: Rideel, 2003.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. E. F. Gomide. 6.ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2005.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. Vol. 3.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio: Ciências da natureza, mate-**



- mática e suas tecnologias. Brasília: MEC, SEB, 2000. Vol. 3
- BRASIL. **Orientações Curriculares do Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** Brasília: MEC, 2006. Vol. 2.
- BRASIL. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa.** Brasília: MEC/SEB, 2012.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base.** Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2018.
- BRAZÃO, F. N. et. al. Bhaskara Akarya e ensino de equações do 2º grau. In: COLÓQUIO DE MATEMÁTICA DA REGIÃO NORTE, 4, 2016, Macapá. **An. Colóq. Mat. Reg. Norte.** Macapá: UNIFAP, 2016. p. 42.
- BRITO, A. J. Uma abordagem alternativa para o ensino de logaritmos: relação entre com PA e PG. In:
- CAJU, R. F. **A Interligação da Matemática com a História Árabe.** Dourados: UEMS, 2010.
- CARVALHO, C. C. **História da Matemática no Ensino Médio: Conhecendo três métodos para resolver equação do 2º grau.** 2018. 42f. Monografia (Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio) - Departamento de Educação a Distância, Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2018.
- CASTILHO, A.; ANDRADE, L. K. N. Quebrando a Cabeça: Resolvendo problemas de equações do 2º grau no ensino fundamental. Disponível em: [http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes\\_pde/2013/2013\\_fafipa\\_mat\\_pdp\\_adelaide\\_de\\_castilho.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_fafipa_mat_pdp_adelaide_de_castilho.pdf) , Acesso: 11/11/2019.
- D'AMBROSIO, U. Educação Matemática: Uma visão do estado da arte. **Proposições**, Campinas, Vol. 4, n. 1, p. 7-17, Mar. 1993.
- DANTE, L. R. **Tudo é Matemática: Ensino fundamental.** São Paulo: Ática, 2008.
- DOLZ, J.; NOVERRAZ, M.; SCHNEUWLY, B. Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento. In: SCHNEUWLY, B; DOLZ, J. **Gêneros Oraís e Escritos na Escola.** Trad. R. Rojo e G. S. Cordeiro. São Paulo: Mercado das Letras, 2004. p. 95-128.
- FERREIRA, A. M. P.; FERREIRA, M. E. M. P. A História da Ciência na formação de professores. **História da Ciência e Ensino: Construindo interfaces**, São Paulo, Vol. 2, p.1-13, 2010.
- FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, Vol. 3, p.1-37, 1995.
- GASPERI, W. N. H; PACHECO, E. R. **A História da Matemática como instrumento para interdisciplinaridade na educação básica.** PDE, 2007. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/701-4.pdf>. Acesso em: 11/11/2019.
- GOOGLE. 296º aniversário de Maria Gaetana Agnesi, 16 de maio de 2014. Disponível em: <https://www.google.com/doodles/maria-gaetana-agnesis-296th-birthday>, Acesso em: 11/11/2019.
- GOOGLE. Francois Viète e Rene Descartes. Disponível em: <http://google.com>, Acesso em: 11/11/2019.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. **Suma**, Madrid, n. 45, p.17-28, 2004.
- GROENWALD, C. L. S. **Perspectivas em Educação Matemática.** Canoas: Ulbra, 2004.
- GUELLI, O. **Contando a História da Matemática: História da equação do 2º grau.** 5.ed. São Paulo: Ática, 1995.



- GUTIERRE, L. S. **Inter-relações entre História da Matemática, a Matemática e sua Aprendizagem**. 2003. 261f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2003.
- KHUWARIZMI. **The algebra of Mohammed Ben Musa**. Edited and translated by Frederic Rosen. London: Oriental Translation Fund., 1831.
- MATHHISTORY. Thomas Harriot. Disponível em: <http://mathshistory.st-andrews.ac.uk/>, Acesso em: 11/11/2019.
- MENDES, I. A. **Matemática e Investigação em Sala de Aula: Tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2009.
- MIRFACES. Al-khwarizmi - medieval scientist. Disponível em: <https://mirfaces.com/al-khwarizmi-medieval-scientist/>, Acesso em: 11/11/2019.
- MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática: Propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.
- MIZUKAMI, M. G. N. **Ensino: As abordagens do processo**. São Paulo: EPU, 1986.
- MOREIRA, H.; CALEFFE, L. G. **Metodologia da Pesquisa para o Professor Pesquisador**. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.
- NOBRE, S. **História da Resolução da Equação de 2º Grau: Uma abordagem pedagógica**. Rio Claro: SBHMat, 2003.
- RONAN, C. **História Ilustrada da Ciência: Oriente, Roma e Idade Média**. Trad. Jorge Enéas Fortes. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2001. Vol. 2.
- ROQUE, T. **História da Matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.
- SANTOS, T. R. C. et. al. História da matemática uma ferramenta para o desenvolvimento da aprendizagem. In: SEMINÁRIO INTERINSTITUCIONAL DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO, 2011, 16. **Anais**. Cruz Alta: Unicruz, Centro Gráfico, 2011.
- TRINDADE, L. S. P. et al. Mulheres na ciência, na matemática e na computação. In: BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDADE, L. S. P. (Org.). **História da Ciência: Tópicos atuais**. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2017. p. 149-189. Vol. 5.

Recebido em: 30/01/2019.

Revisado em: 11/11/2019.

Aprovado em: 20/11/2019.

